

模糊逆 Fisher 鉴别分析及其在人脸识别中的应用

杨万扣¹⁾ 王建国^{1),2)} 任明武¹⁾ 杨静宇¹⁾

¹⁾(南京理工大学计算机学院,南京 210094) ²⁾(唐山学院 网络教育中心,唐山 063000)

摘要 在逆 Fisher 鉴别分析的基础上,引入了模糊数学的思想,提出了模糊逆 Fisher 鉴别分析并成功应用于人脸识别。模糊逆 Fisher 鉴别分析通过隶属度函数将样本归入所有的类别之中,根据隶属度重新定义了类间散布矩阵和类内散布矩阵,进而将样本的原始分布信息通过相应的隶属度函数完全融入到了最后提取到的特征中。在 ORL 和 FERET 人脸库上的实验结果证明了基于模糊逆 Fisher 鉴别准则特征提取方法的优越性。

关键词 Fisher 鉴别分析 逆 Fisher 鉴别分析 模糊逆 Fisher 鉴别分析 特征提取 人脸识别

中图法分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2009)01-0088-06

Fuzzy Inverse FDA and Its Application to Face Recognition

YANG Wan-kou¹⁾, WANG Jian-guo^{1),2)}, REN Ming-wu¹⁾, YANG Jing-yu¹⁾

¹⁾(School of Computer Science & Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

²⁾(Tangshan College, Network & Education Center, Tangshan 063000)

Abstract A new algorithm called fuzzy inverse fisher discriminant analysis is proposed. The inverse fisher discriminant analysis (IFDA) is effective in extracting discriminant features, but is assumed the same level of relevance of each sample to the corresponding class. Distribution information of samples is represented with fuzzy membership degree in the fuzzy inverse fisher discriminant analysis (FIFDA). Furthermore the information is utilized to redefine the corresponding scatter matrices, which are different from the IFDA. The experimental results on ORL and FERET face database indicate that the performance of FIFDA is superior to that of Fisherfaces and IFDA.

Keywords Fisher discriminant analysis, inverse Fisher discriminant analysis, fuzzy inverse Fisher discriminant analysis, Feature extraction, face recognition

1 引言

人脸图像是一种复杂、多变、高维的模式。尽管人们识别熟悉的人脸是容易的,但对机器来说如何准确地识别出人脸仍是一件困难的事情。然而,由于人脸识别在身份验证、安全系统等方面具有广泛的用途,这一问题吸引了众多的研究者,使其成为计算机视觉和模式识别中一个重要的研究领域^[1-2]。基于代数的人脸识别方法是当前人脸识别方法的主

流,并且取得了较好的实验效果。在此类方法中,基于 K-L 变换的特征脸识别方法和基于 Fisher 鉴别准则的识别方法是使用较广的方法^[3-8]。基于 Fisher 鉴别准则的人脸识别方法,由于可得到有助于分类的最佳鉴别投影信息,因此成为代数方法中的一个研究热点。然而,Fisher 鉴别准则在实际使用中经常会遇到小样本问题^[9](SSSP)。此时在类内散布矩阵奇异的情况下,就不能直接应用相应的鉴别准则。已有很多学者提出了改进 Fisher 准则的相应算法^[10-13],有用总体散布矩阵替代 Fisher 鉴别准则中

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(60632050);国家自然科学基金项目(60472060,60503026);国家高技术研究发展计划(863)项目(2006AA01Z119);江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(CX07B_118Z)

收稿日期:2007-04-27;**改回日期:**2007-07-02

第一作者简介:杨万扣(1979 ~),男。现为南京理工大学计算机学院博士研究生。主要研究方向为模式识别、机器视觉等。

E-mail:youngwankou@yeah.net

的类内散布矩阵,然后计算最优投影向量;有忽略 Fisher 鉴别准则中的分母部分,然后计算最优投影向量。最近 Zhuang 等人提出了逆 Fisher 鉴别分析,并成功运用于人脸识别^[12-13]。在逆 Fisher 鉴别分析中,构造散布矩阵时,执行的是 2 值情况下的判别准则。对于给定一个样本,在特征提取过程中的判别依据是要么这个样本属于某个类,要么不属于某个类,每次执行的是一个硬分类标准(hard criterion)。而在特征抽取的具体问题中,由于当前训练样本往往受不同的表情、光照等条件的影响,因此原始样本的分布通常是复杂的,此时简单地将样本划入某一类的做法是不科学的。在模糊数学指导之下,可以通过模糊隶属度表示的形式,将样本划入所有的类别之中,也就是说,此时样本可以同时归属于好几个类别,而与各个类别的相关程度通过相应的隶属度函数来表示。

2 相关知识

2.1 Fisher 鉴别准则

线性鉴别分析方法的目的是从高维空间中提取出最具有分类能力的低维特征,我们希望投影后的特征数据,在低维空间里不同类别的样本尽可能分得开些,同时希望每个类别的样本尽可能密集,也就是说,样本类间离散度越大越好,而类内离散度越小越好。

设 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c$ 为 c 个模式类别,模式 X 为 n 维实向量,类间散布矩阵 S_b 、类内散布矩阵 S_w 和总体散布矩阵 S_t 分别定义为

$$S_b = \sum_{i=1}^c P(\omega_i) (m_i - m_0) (m_i - m_0)^T \quad (1)$$

$$S_w = \sum_{i=1}^c P(\omega_i) E \left\{ \frac{(X - m_i)(X - m_i)^T}{\omega_i} \right\} \quad (2)$$

$$S_t = S_b + S_w = E \{ (X - m_0)(X - m_0)^T \} \quad (3)$$

式中, $P(\omega_i)$ 为第 i 类训练样本的先验概率, $m_i = E \left\{ \frac{X}{\omega_i} \right\}$ 为第 i 类训练样本的均值, $m_0 = E \{ X \} =$

$\sum_{i=1}^m P(\omega_i) m_i$ 为全体训练样本的均值。

由式(1)~(3)的定义知, S_w, S_b, S_t 均为非负定矩阵。而且当 S_w 可逆时, S_w 与 S_t 均为正定矩阵。

如果类内散布矩阵是非奇异矩阵,最优的投影

方向 W_{LDA} 就是使得样本类间散布矩阵和类内散布矩阵的行列式比值最大的那些正交特征向量。因此 Fisher 准则函数定义为

$$W_{LDA} = \arg \max_w \frac{|W^T S_b W|}{|W^T S_w W|} \quad (4)$$

通过线性代数理论,可知 W_{LDA} 就是满足下式的解:

$$S_b w_i = \lambda_i S_w w_i \quad (5)$$

通常的 Fisher 准则函数通过求得矩阵 $S_w^{-1} S_b$ 大于零的特征值 λ_i 所对应的特征向量以得到投影空间,此时注意到该矩阵最多只有 $c-1$ 个非零特征值,其中 c 为原始模式数据的类别数。

当类内散布矩阵奇异时, Fisher 准则函数也可以采用如下的形式:

$$W_{LDA} = \arg \max_w \frac{|W^T S_b W|}{|W^T S_t W|} \quad (6)$$

在小样本情况下,类内散布矩阵一般是奇异的,如何抽取 Fisher 最优鉴别特征是一个公认的难题^[10]。Fisherfaces 方法是解决小样本问题典型方法之一,经典的 Fisherfaces 构架最早是由 Swets^[4] 和 Belhumeur^[5] 等人建立的。在该构架中,首先采用主分量分析(PCA)将高维的图像向量空间压缩为 $n-c$ 维的特征空间,然后采用经典的线性鉴别分析将数据压缩为 d ($d \leq c-1$)。

Fisherfaces 方法的弱点在于:一是在第 1 步作 K-L 变换过程中,总体散布矩阵 S_t 的 $c-1$ 个次分量上的信息被抛弃了,但就 Fisher 准则而言,次分量上也可能含有非常有效的鉴别信息;二是在 K-L 变换后的 $n-c$ 维特征空间内,从理论上并不能保证类内散布矩阵的可逆性。

2.2 逆 Fisher 鉴别准则

由于 Fisher 鉴别准则在实际使用中经常会遇到小样本问题。此时类内散布矩阵奇异的情况下,就不能直接应用相应的鉴别准则。基于逆 Fisher 鉴别标准的逆 Fisher 鉴别分析(IFDA)是新提出的解决小样本问题的方法^[12-13]。

逆 Fisher 鉴别准则定义如下:

$$W_{IFDA} = \arg \min_w \frac{|W^T S_w W|}{|W^T S_b W|} \quad (7)$$

在类间散布矩阵 S_b 和类内散布矩阵 S_w 非奇异的情

况下,式(7)和式(4)等价。类间散布矩阵的秩 $rank(\mathbf{S}_b) \leq c-1$,因此小样本问题仍然存在。可以采用主分量分析(PCA)将高维的图像向量空间 \mathbf{R}_d 压缩到一个较低维的空间 $\mathbf{R}_{d'}$ ($d' \ll d$)。压缩时按照规则 $\mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_b \mathbf{w}_i > \mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_w \mathbf{w}_i$ 挑选总体散布矩阵的特征向量选取 \mathbf{w}_i 构造投影空间 $\mathbf{W}_{\text{PCA}_S}$ 。即

$$\mathbf{W}_{\text{PCA}_S} = \arg \max_{\mathbf{W}} |\mathbf{W}^T \mathbf{S}_l \mathbf{W}| = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{d'}]$$

满足

$$\mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_b \mathbf{w}_i > \mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_w \mathbf{w}_i \quad (8)$$

这一步称为选择性 PCA 降维。降维之后的类间散布矩阵 $\mathbf{S}'_b = \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}^T \mathbf{S}_b \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}$ 仍可能是奇异的,所以有必要将图像向量空间 $\mathbf{R}_{d'}$ 压缩到一个更低维的空间 $\mathbf{R}_{d''}$ ($d'' \ll d'$),投影空间是 \mathbf{W}_{proj} ,保证再次压缩后的图像类间散布矩阵 \mathbf{S}''_b 非奇异。因此最后的投影空间为

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \mathbf{W}_{\text{IFDA}}^T \cdot \mathbf{W}_{\text{proj}}^T \cdot \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}^T \quad (9)$$

最后逆 Fisher 鉴别准则函数为

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{LDA}} &= \arg \max_{\mathbf{W}} \frac{|\mathbf{W}^T \mathbf{W}_{\text{proj}}^T \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}^T \mathbf{S}_b \mathbf{W}_{\text{PCA}_S} \mathbf{W}_{\text{proj}} \mathbf{W}|}{|\mathbf{W}^T \mathbf{W}_{\text{proj}}^T \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}^T \mathbf{S}_t \mathbf{W}_{\text{PCA}_S} \mathbf{W}_{\text{proj}} \mathbf{W}|} \\ &= \arg \max_{\mathbf{W}} \frac{|\mathbf{W}^T \mathbf{W}_{\text{proj}}^T \mathbf{S}'_b \mathbf{W}_{\text{proj}} \mathbf{W}|}{|\mathbf{W}^T \mathbf{W}_{\text{proj}}^T \mathbf{S}'_t \mathbf{W}_{\text{proj}} \mathbf{W}|} \quad (10) \\ &= \arg \max_{\mathbf{W}} \frac{|\mathbf{W}^T \mathbf{S}''_b \mathbf{W}|}{|\mathbf{W}^T \mathbf{S}''_t \mathbf{W}|} \end{aligned}$$

基于逆 Fisher 鉴别准则(IFDA)的特征提取方法有以下优点:

(1)原始数据的总体散布矩阵 \mathbf{S}_l 的小的特征值对应的特征向量参与了选择。

(2)考虑了类内散布矩阵 \mathbf{S}_w 的零空间信息。

基于逆 Fisher 鉴别准则的 IFDA 算法如下:

(1)主成分分析 对原始图像向量空间执行 K-L变换。 $\mathbf{S}_l = \mathbf{U}^T \mathbf{A} \mathbf{U}$, $\mathbf{A} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_g, 0, \dots, 0)$, $g = \text{rank}(\mathbf{S}_l)$, $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_d)$ 。

(2)本征向量选择 在 $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_g\}$ 中按照准则(如果 $\mathbf{u}_i \mathbf{S}_b \mathbf{u}_i > \mathbf{u}_i \mathbf{S}_w \mathbf{u}_i$, \mathbf{u}_i 就被选择)构造投影空间 $\mathbf{W}_{\text{PCA}_S} = [u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{id'}]$, $d' \leq \min\{g, c-1\}$ 。

(3)维数压缩 原始图像向量空间投影到 $\mathbf{W}_{\text{PCA}_S}$ 空间,类间散布矩阵为 $\mathbf{S}'_b = \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}^T \mathbf{S}_b \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}$ 。由于 \mathbf{S}'_b 仍然有可能是奇异的,图像向量空间接着投影到空间 \mathbf{W}_{proj} ,使得压缩之后的 \mathbf{S}''_b 是非奇异的,压缩之后的类间散布矩阵为 $\mathbf{S}''_b = \mathbf{W}_{\text{proj}}^T \mathbf{S}'_b \mathbf{W}_{\text{proj}}$ 。类内散布矩阵为 $\mathbf{S}''_w = \mathbf{W}_{\text{proj}}^T \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}^T \mathbf{S}_w \mathbf{W}_{\text{PCA}_S} \mathbf{W}_{\text{proj}}$,最终原始图

像向量空间变为 $Y = \mathbf{W}_{\text{proj}} \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}^T \cdot \mathbf{X} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 。

(4)逆 Fisher 鉴别分析 式(7)的解通过求 $((\mathbf{S}''_b)^{-1} \mathbf{S}''_w \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$ 特征向量得到, $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_q$ 的特征值 $0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_q$, $q \leq d''$, $\mathbf{W}_{\text{IFDA}} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_q]$ 。

(5)特征表示 降维之后的样本投影到 \mathbf{W}_{IFDA} 空间,得到特征表示: $\mathbf{Z} = \mathbf{W}_{\text{opt}}^T \cdot \mathbf{X} = \mathbf{W}_{\text{IFDA}}^T \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{W}_{\text{IFDA}}^T \cdot \mathbf{W}_{\text{proj}}^T \cdot \mathbf{W}_{\text{PCA}_S}^T \cdot \mathbf{X}$ 。

(6)分类 对于待测试样本进行特征提取,然后利用分类器判断与训练样本的类别关系。

3 模糊逆 Fisher 鉴别准则

在基于逆 Fisher 鉴别准则的逆 Fisher 鉴别分析中,对于给定一个样本,在特征提取过程中的判别依据是么这个样本属于某个类,要么不属于某个类,每次执行的是一个硬分类标准(hard criterion)。而在特征抽取的具体问题中,由于当前训练样本往往受不同的表情、光照等条件的影响,不应该简单地将样本划入某一类。可以利用模糊 C 均值的思想,通过模糊隶属度函数表示样本的分布信息,进而提出了基于模糊逆 Fisher 鉴别准则的模糊逆 Fisher 鉴别分析。首先利用模糊 K 近邻算法^[14-16]得到相应的类中心点和隶属度信息,利用这些信息表示相应样本物理分布,并且将这些信息融入到特征提取过程中,得到更能代表原始样本的有效分类特征。

3.1 模糊 K 近邻方法

假定训练样本由 $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ 构成,那么相应的模糊隶属度函数就表示了当前某一样本对于所有类别的依赖程度。设隶属度矩阵为 $\mathbf{U} = [u_{ij}]$,其中 $i = 1, 2, \dots, c; j = 1, 2, \dots, n$ 。矩阵中的元素 u_{ij} 表示训练样本中的第 j 个样本对于第 i 类的依赖程度,并且这个隶属函数必须满足以下的两个条件:

$$\sum_{i=1}^c u_{ij} = 1 \quad (11)$$

$$0 < \sum_{j=1}^n u_{ij} < n \quad (12)$$

关于相应的隶属函数可以通过模糊 k 近邻准则得到:

(1)计算训练样本集中任意两个样本之间的欧氏距离,构成一个 $n \times n$ 的距离矩阵。

(2)将得到的距离矩阵对角线上的元素置为无穷大。

(3)对上述步骤得到的距离矩阵的每一列按照距离值从小到大排列。根据新的距离矩阵得到 k 个最近邻点,和这 k 个最近邻点的类别信息。

(4)根据以下的公式计算第 j 个样本跟第 i 类的隶属度。

$$u_{ij} = \begin{cases} 0.51 + 0.49 \times (n_{ij}/k) & i \text{ 等于 } j \text{ 所属的类别} \\ 0.49 \times (n_{ij}/k) & \text{否则} \end{cases} \quad (13)$$

上述的表达式中, n_{ij} 表示第 j 个样本的 k 个最近邻点中属于第 i 类的样本个数。

由此,可以得到所有的样本对于所有的类别的隶属度函数。

3.2 模糊逆 Fisher 鉴别准则

根据各个样本对于各类的隶属度函数,可以重新计算样本的均值、类间散布矩阵和类内散布矩阵^[17]。

$$fm_i = \frac{\sum_{j=1}^n u_{ij} x_j}{\sum_{j=1}^n u_{ij}} \quad (14)$$

$$FS_w = \sum_{i=1}^c \left(\sum_{x_j \in w_i} u_{ij}^p (x_j - fm_i)(x_j - fm_i)^T \right) \quad (15)$$

$$FS_b = \sum_{i=1}^c \left[\left(1 - \sum_{x_j \in w_i} u_{ij}^p / \sum_{j=1}^n u_{ij}^p \right) \times (fm_i - \bar{x})(fm_i - \bar{x})^T \right] \quad (16)$$

式中, \bar{x} 代表了所有的样本的中心。同时,总体散布矩阵可以由如下公式得到:

$$FS_t = FS_b + FS_w \quad (17)$$

至此得到了所有新的散布矩阵,根据新的散布矩阵的定义,利用逆 Fisher 鉴别准则,就可以得到相应的特征向量集,此时逆 Fisher 鉴别准则如下:

$$W_{\text{FIFDA}} = \arg \min_w \frac{|W^T FS_w W|}{|W^T FS_b W|} \quad (18)$$

新的逆 Fisher 鉴别准则在构造散布矩阵时融入了样本的隶属度信息,因此称为模糊逆 Fisher 鉴别准则。在该方法中,样本的隶属度信息完全融入到相应的散布矩阵的定义中,因此可以抽取得到更有利于分类的鉴别信息。采用模糊逆 Fisher 鉴别准则的模糊

逆 Fisher 鉴别分析,比逆 Fisher 鉴别分析多了两步,一是隶属度函数的计算;二是根据隶属度函数重新计算散布矩阵。

基于模糊逆 Fisher 鉴别准则的 FIFDA 算法如下:

步骤 1 ~ 3 同逆 Fisher 鉴别准则的识别方法相同。

(4)根据模糊 K 近邻算法计算降维之后的样本 $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 的隶属度矩阵 $U = [u_{ij}]$ 。

(5)根据式(14) ~ (16)计算 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 的类内模糊散布矩阵 FS_w 和类间模糊散布矩阵 FS_b 。

(6)式(18)的解通过求 $((FS_b)^{-1} FS_w v = \lambda v$ 特征向量得到, v_1, v_2, \dots, v_p 的特征值 $0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_p, p \leq d''$, $W_{\text{FIFDA}} = [v_1, v_2, \dots, v_p]$ 。

(7)特征表示 降维之后的样本投影到 W_{FIFDA} 空间,得到特征表示: $Z = W_{\text{opt}}^T \cdot X = W_{\text{FIFDA}}^T \cdot Y = W_{\text{FIFDA}}^T \cdot W_{\text{proj}}^T \cdot W_{\text{PCA}_S}^T \cdot X$ 。

(8)分类 对于待测试样本进行特征提取,然后利用分类器判断与训练样本的类别关系。

4 实验

实验 1 在 ORL 人脸库上进行。ORL 人脸数据库由 40 个人的脸部图像组成,每人由不同的 10 幅图像所构成,人脸图像原始维数为 112×92 ,其中有些图像拍摄于不同的时期;人脸脸部表情与脸部细节均有变化,如笑或不笑、眼睛睁着或闭着、戴或不戴眼镜;人脸姿态有变化,深度旋转与平面旋转可达到 20° ,人脸尺度也有 10% 的变化。部分人脸图像如图 1 所示。实验中,随机取 p 个样本进行训练,剩余样本进行测试。循环 10 次得到的平均识别率和标准方差如表 1 所示。不同训练样本数目下,识别率如图 2 所示。

实验 2 在 FERET 人脸库上进行。这里采用了其中部分的人脸图像,共 200 人,每人由 7 幅图像构成,并且对原始 FERET 库的人脸图像做预处理,只保留相应图像中的人脸部分。处理后的人脸图像归一化为 40×40 的形式,图 3 显示了该人脸库中的部分人脸图像。实验中,随机取 p 个样本进行训练,剩余样本进行测试。循环 10 次得到的平均识别率和标准方差如表 2 所示。不同训练样本数目下,识别率如图 4 所示。

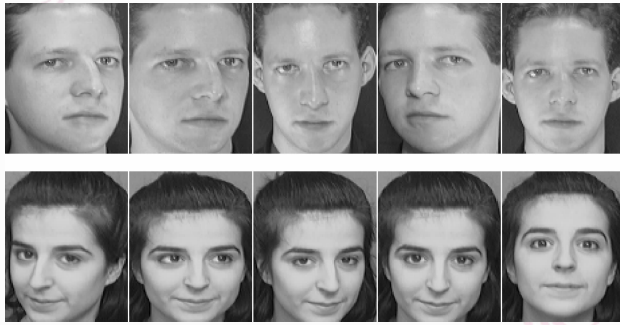


图 1 ORL 人脸库部分人脸图像

Fig.1 Some images from ORL face database

表 1 在 ORL 人脸库最终识别结果

Tab.1 Recognition rate on the ORL face database

方法	p	类别	平均识别率/标准方差
Fisherfaces	3	40	0.868 8/0.019 0
IFDA	3	40	0.896 1/0.019 3
FIFDA	3	40	0.904 8/0.026 5
Fisherfaces	5	40	0.936 0/0.013 5
IFDA	5	40	0.960 0/0.018 0
FIFDA	5	40	0.965 0/0.015 6

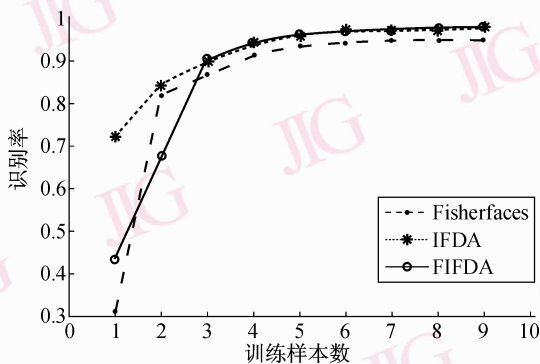


图 2 不同特征提取方法在 ORL 人脸库上识别性能比较

Fig.2 Recognition rate comparison on ORL face database



图 3 FERET 人脸库部分人脸图像

Fig.3 Some images from FERET face database

试人脸识别算法效果的标准库。FERET 人脸库中的图像含有丰富的表情变化、光照变化和姿态变化。模糊逆 Fisher 鉴别分析方法在 FERET 人脸库上的效果明显优于其他的算法,同时具有稳定性。所以模糊逆 Fisher 鉴别分析方法能有效抑制图像由于光照和表情等变换带来的影响。

表 2 在 FERET 人脸库最终识别结果

Tab.2 Recognition rate on the FERET face database

方法	p	类别	平均识别率/标准方差
Fisherfaces	3	200	0.408 8/0.104 7
IFDA	3	200	0.419 3/0.056 3
FIFDA	3	200	0.648 1/0.040 7
Fisherfaces	4	200	0.439 2/0.087 7
IFDA	4	200	0.535 7/0.052 5
FIFDA	4	200	0.666 7/0.065 1

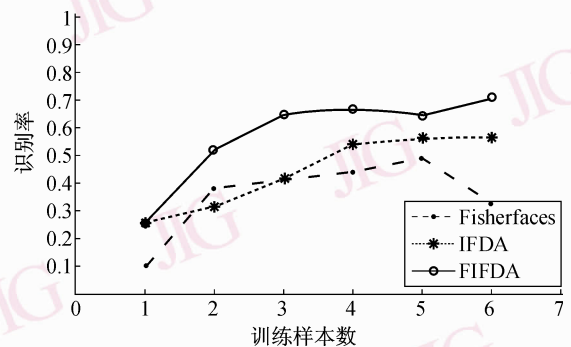


图 4 不同特征提取方法在 FERET 人脸库上识别性能比较

Fig.4 Recognition rate comparison on FERET face database

分类器采用的是最小余弦距离分类器。从表 1、表 2 和图 2、图 4 中可以看出模糊逆 Fisher 鉴别分析具有稳定的识别性能。FERET 人脸库是目前测

5 结论

Fisher 鉴别准则在实际使用中经常会遇到小样

本问题,逆 Fisher 鉴别准则是为最近解决小样本问题提出的一种方法。逆 Fisher 鉴别准则在特征提取过程中使用的是一个硬分类标准,因此在样本分布比较复杂的情况下缺乏更有效的描述能力。模糊逆 Fisher 鉴别准则吸收了模糊 C 均值的思想,通过隶属度函数将样本归入所有的类别之中,而不是简单的 2 值处理,并且将样本的原始分布信息通过相应的隶属度函数融入到最后提取到的特征之中,这样有效抑制了图像由于光照和表情等变换带来的影响,增强了算法的鲁棒性,不足之处是增加了训练时的计算量。

参考文献 (References)

- 1 Zhao W, Chellappa R, Rosenfel A, *et al.* Face recognition: a literature survey [J]. *ACM Computing*, 2003, **35**(4): 399-458.
- 2 Li Wu-jun, Wang Chong-jun, Zhang Wei, *et al.* A survey of face recognition [J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2006, **19**(1): 58-66. [李武军, 王崇俊, 张炜等. 人脸识别综述 [J]. 模式识别与人工智能, 2006, **19**(1): 58-66.]
- 3 Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition [J]. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 1991, **3**(1): 71-86.
- 4 Swets D L, Weng J. Using discriminant eigenfeatures for image retrieval [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, **18**(8): 831-836.
- 5 Belhumeur V, Hespanha J, Kriegman D. Eigenfaces vs fisherfaces: recognition using class specific linear projection [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(7): 711-720.
- 6 Moghaddam B, Pentland A. Probabilistic visual learning for object representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(7): 696-710.
- 7 Moghaddam B, Jebara T, Pentland A. Bayesian face recognition [J]. *Pattern Recognition*, 2000, **33**(11): 1771-1782.
- 8 Yang Qiong, Ding Xiao-qing. Symmetrical pca and its application to face recognition [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2003, **26**(9): 1146-1151. [杨琼, 丁晓青. 对称主分量分析及其在人脸识别中的应用 [J]. 计算机学报, 2003, **26**(9): 1146-1151.]
- 9 Raudys S J, Jain A K. Small sample size effects in statistical pattern recognition: recommendations for practitioners [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, **13**(3): 252-264.
- 10 Yang J, Yang J Y. Why can lda be performed in pca transformed space? [J]. *Pattern Recognition*, 2003, **36**(2): 563-566.
- 11 Chen Fu-bing, Zhang Sheng-liang, Gao Xiu-mei, *et al.* Theory of fisher linear discriminant analysis for small sample size problem and its verification [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2005, **10**(8): 984-991. [陈伏兵, 张生亮, 高秀梅等. 小样本情况下 Fisher 线性鉴别分析的理论及其验证 [J]. 中国图象图形学报, 2005, **10**(8): 984-991.]
- 12 Zhuang X S, Dai D Q. Inverse fisher discriminant criteria for small sample size problem and its application to face recognition [J]. *Pattern Recognition*, 2005, **38**(11): 2192-2194.
- 13 Zhuang X S, Dai D Q. Improved discriminant analysis for high dimensional data and its application to face recognition [J]. *Pattern Recognition*, 2007, **40**(5): 1570-1578.
- 14 Kw K C, Pedry W. Face recognition using a fuzzy fisher classifier [J]. *Pattern Recognition*, 2005, **38**(10): 1717-1732.
- 15 Keller J M, Gray M R, Givern J A. A fuzzy k-nearest neighbour algorithm [J]. *IEEE Transactions on Syst. Man and Cybernet*, 1985, **15**(4): 580-585.
- 16 Zheng Yu-jie, Yang Jing-yu, Wu Xiao-jun, *et al.* A new two-dimensional linear discriminant analysis algorithm based on fuzzy set theory [J]. *Engineering Science*, 2007, **9**(2): 49-53. [郑宇杰, 杨静宇, 吴小俊等. 基于模糊集理论的二维线性鉴别分析新方法 [J]. 中国工程科学, 2007, **9**(2): 49-53.]